

非線形性を考慮した浸透流解析とシステム開発

内原 陽子

背景

- 建築物の建設の際、基礎工事は欠かすことができない
- 地盤条件は建設現場によりさまざま
- 地下水を有する地盤の場合、掘削時に地下水の湧出を考慮しなければならない
- 排水処理費用も、排水量によって大きく左右される



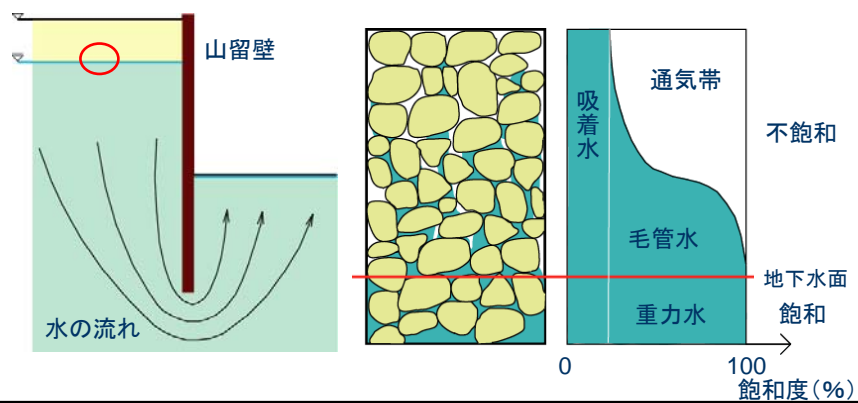
工事計画の際に正確な排水量を求める必要がある

目的

- 非線形性を正確に評価した式を用い、ニュートンラプソン法による有限要素法浸透流解析を行い、排水量を正確に求めることが可能なシステムの開発を目的とする

浸透流概念

- 地下水の流れと毛細管現象



支配方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = (C + \alpha S) \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$H = h + z_0 = \frac{p}{\gamma_w} + z_0$$

$$k_x = k_x(h) \quad k_y = k_y(h)$$

k_x, k_y : x, y - 方向の浸透係数

z_0 : 位置水頭

p : 浸透水圧 h : 圧力水頭

γ_w : 水の単位重量

$S = \frac{dn}{dh}$: 比貯留係数

$C = c(h) = \frac{d\theta}{dh}$: 比水分容量

θ : 体積含水率 n : 間隙率

飽和領域のとき $\alpha = 1$ $C = 1$

不飽和領域のとき $\alpha = 0$ $C \neq 0$

定式化

離散化を行い、最終的に得られる代表的な一要素のマトリクス方程式は以下のようになる。

$$\frac{1}{4A} \left\{ k_x \begin{bmatrix} b_1 b_1 & b_1 b_2 & b_1 b_3 \\ b_2 b_1 & b_2 b_2 & b_2 b_3 \\ b_3 b_1 & b_3 b_2 & b_3 b_3 \end{bmatrix} + k_y \begin{bmatrix} a_1 a_1 & a_1 a_2 & a_1 a_3 \\ a_2 a_1 & a_2 a_2 & a_2 a_3 \\ a_3 a_1 & a_3 a_2 & a_3 a_3 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} + EA \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial t} \\ \frac{\partial H_2}{\partial t} \\ \frac{\partial H_3}{\partial t} \end{bmatrix} = \bar{q} \begin{bmatrix} \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \end{bmatrix} - \bar{Q} A \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$a_i = x_k - x_j \quad b_i = y_j - y_k \quad A = \frac{1}{2}(b_1 a_2 - b_2 a_1) \quad E = C + \alpha S$$

これをマトリクス表現し全体に拡張すると $\mathbf{K} \mathbf{H} + \mathbf{M} \dot{\mathbf{H}} = \mathbf{f}$

定常状態では $\mathbf{K} \mathbf{H} = \mathbf{f}$

非線形性と線形補間

- (i) 飽和状態における透水係数 K_s と貯留係数 S_s
- (ii) 不飽和状態の透水係数 k と体積含水率 θ の関係
- (iii) 不飽和状態の圧力水頭 h と体積含水率 θ の関係

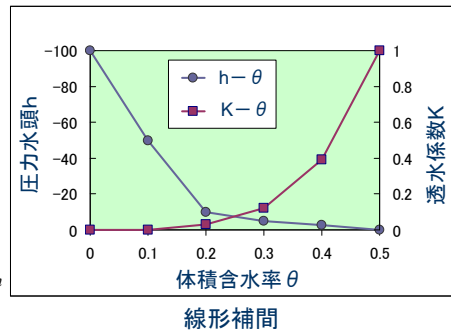
- (ii)、(iii) が非線形性を示す

実測値を線形補間



高次関数近似

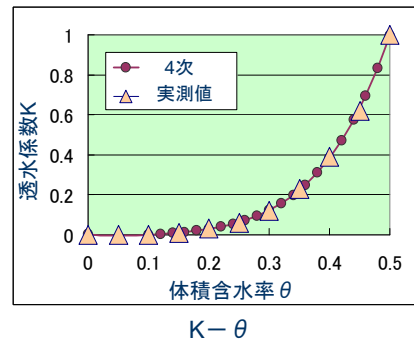
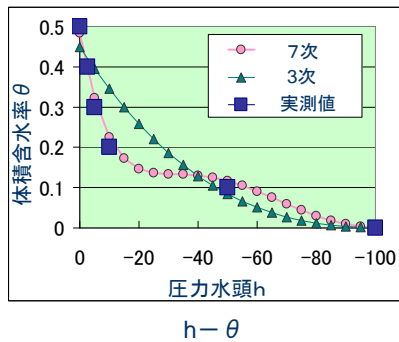
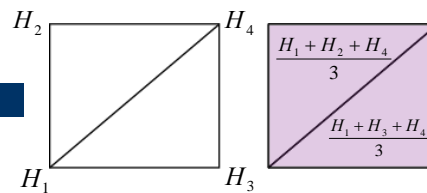
$$y = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \dots + \alpha_{n+1} x^n$$



近似関数

$$h(H) = H - z_0 \rightarrow \theta(h) \rightarrow K(\theta)$$

$$K(H) = K \left(\frac{H_1 + H_2 + H_3}{3} \right)$$



ニュートンラプソン法の適用

$$\mathbf{KH}=\mathbf{f} \rightarrow \mathbf{F}(H)=\mathbf{K}(H)\mathbf{H}-\mathbf{f}$$

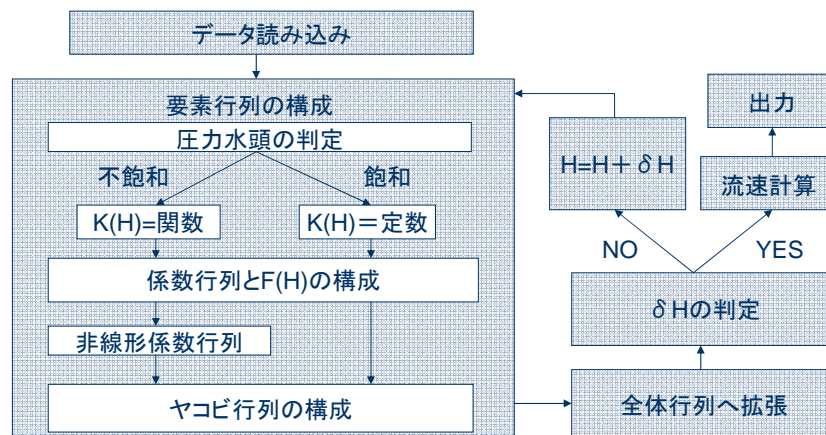
$$\mathbf{F}_e(H)=\frac{1}{4A}\left\{k_x(H)\begin{bmatrix} b_1b_1 & b_1b_2 & b_1b_3 \\ b_2b_1 & b_2b_2 & b_2b_3 \\ b_3b_1 & b_3b_2 & b_3b_3 \end{bmatrix}+k_y(H)\begin{bmatrix} a_1a_1 & a_1a_2 & a_1a_3 \\ a_2a_1 & a_2a_2 & a_2a_3 \\ a_3a_1 & a_3a_2 & a_3a_3 \end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{ヤコビ行列 } \mathbf{J}_e(\mathbf{H})=\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial H_1} & \frac{\partial F_1}{\partial H_2} & \frac{\partial F_1}{\partial H_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial H_1} & \frac{\partial F_2}{\partial H_2} & \frac{\partial F_2}{\partial H_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial H_1} & \frac{\partial F_3}{\partial H_2} & \frac{\partial F_3}{\partial H_3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}$$

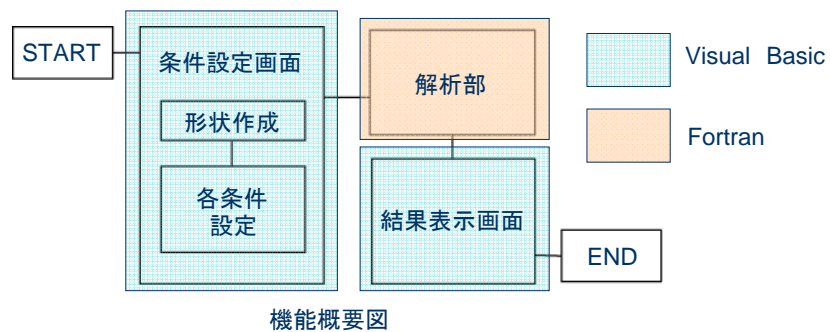
$$\mathbf{J}(H)\delta\mathbf{H}=-\mathbf{F}(H) \quad \mathbf{H}=\mathbf{H}+\delta\mathbf{H}$$

フローチャート



システム概要

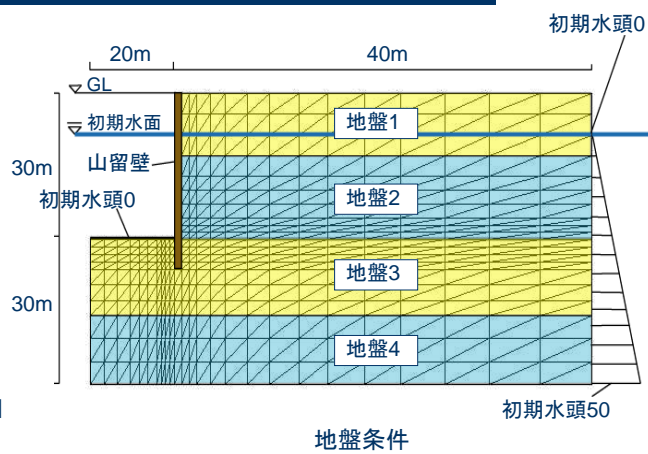
- Visual Basic言語とFortran言語を使用しWindows環境で動作する



システム検証

- 446節点
800要素
- 飽和状態の
透水係数比

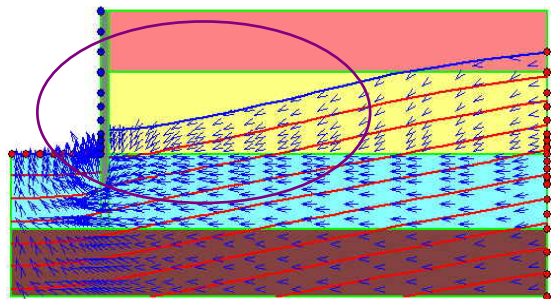
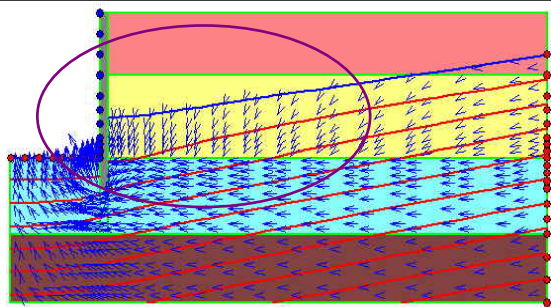
礫	0.1
粗砂	0.01
細砂	0.001
シルト	0.0001
粘土	0.00001



モデル1

- 湧き出しのある層の透水性が高い場合
- 地盤
 - 粗砂
 - 細砂
 - 礫
 - 粘土
- 地下水湧出量

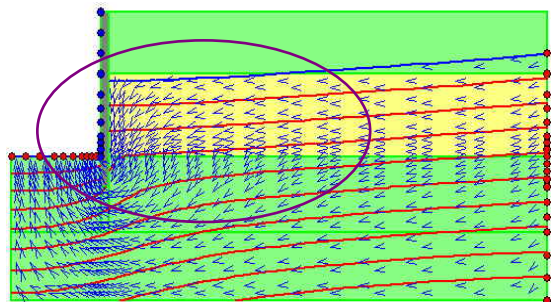
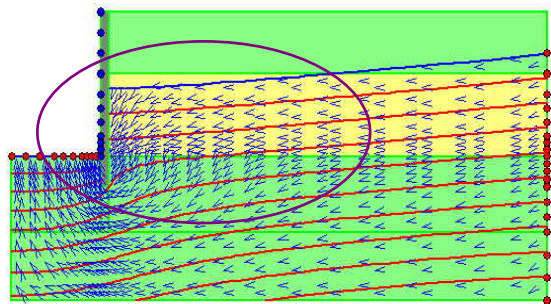
従来システム	8.39e-2(m3/min)
本システム	8.29e-2(m3/min)



モデル2

- 湧き出しのある層の透水性が低い場合
- 地盤
 - シルト
 - 細砂
 - シルト
 - シルト
- 地下水湧出量

従来システム	3.12e-4(m3/min)
本システム	3.65e-4(m3/min)



システム評価

- h - θ 関係、 k - θ 関係の非線形性を連続微分可能な多項式として扱うことで、ニュートン・ラプソン法を用いて解くことができるシステムを開発した
- 毛細管現象が解析対象地盤全体へ影響があり、非線形性を正確に把握する必要があることが確認された
- より非線形性を正確に評価できるシステムとなった

今後の展開

- 地下水面変化に伴った地盤の変形も排水量に影響
- より多くの条件を考慮した浸透流解析が課題

