

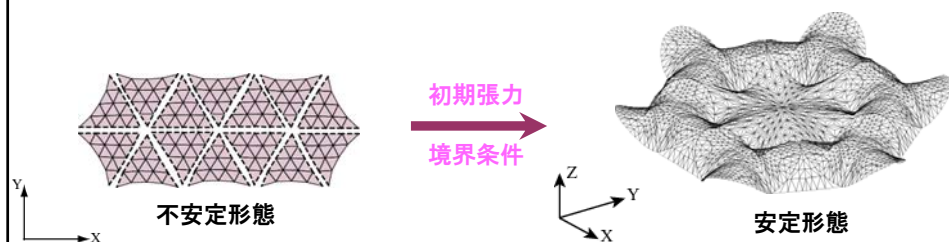
骨組・ケーブル膜構造における 裁断図解析と動的解析

Cutting pattern optimization and Dynamic analysis by framework
and cables and membrane structures.

本間研究室 佐伯裕介

既往の研究

- ケーブルや膜材で構成する張力構造の解析手法として、座標仮定有限要素法が提案されている。
- 張力構造の裁断図解析から連続して動的解析例が実施されている。

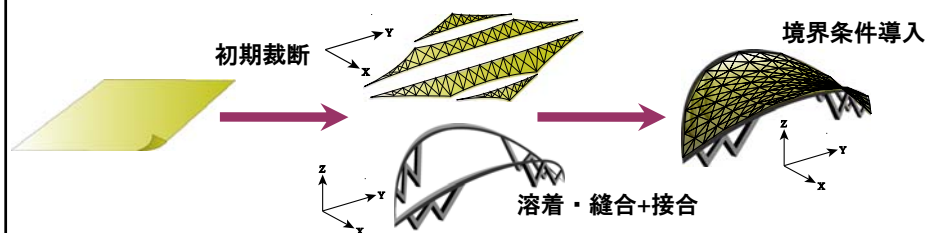


既往の研究の改良点

- 張力材のみの解析を対象としており、梁・シェル要素などの一般構造部材との一体解析は示されていない。
- 要素分割数は動的挙動に影響を与えるが、裁断図解析から動的解析に移行する際に要素分割数に関する検討は行われていない。

研究の目的

- 変位仮定の梁要素を導入した張力構造(複合構造)の動的解析を示す。
- 膜材の裁断図解析において、細かい要素分割の裁断線を決定するリメッシュ法を提案する。
- 地震荷重を想定した懸垂物を有する複合構造の時刻歴応答解析を示す。



張力材要素と一般構造要素との関係

The relations of the tension materials and the general structure.

座標仮定張力材要素と変位仮定梁要素の仮想仕事式

仮想仕事の原理より平衡方程式を導く

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, \lambda) = \int_{\Omega} \mathbf{B}^* (\mathbf{X})^T \boldsymbol{\tau}(\mathbf{X}) d\Omega - \delta \mathbf{X}^T \lambda \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (1) \text{.....} \rightarrow \text{座標仮定}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{d}, \mathbf{f}, \lambda) = \int_{\Omega} \mathbf{B}^* (\mathbf{d})^T \boldsymbol{\tau}(\mathbf{d}) d\Omega - \delta \mathbf{d}^T \lambda \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (2) \text{.....} \rightarrow \text{変位仮定}$$

\mathbf{X} : 安定化後の座標ベクトル, \mathbf{d} : 変位ベクトル, $\mathbf{0}$: 零ベクトル
 \mathbf{f} : 荷重モードベクトル, λ : 荷重パラメータ, $\boldsymbol{\tau}$: 応力, Ω : 解析領域
 \mathbf{B}^* : ひずみ増分-座標 (または変位) 増分関係行列式,

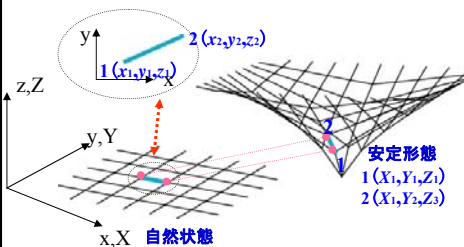
Greenひずみ

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + y\boldsymbol{\kappa}_y + z\boldsymbol{\kappa}_z$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \frac{1}{2} \left(\delta_{\alpha\beta} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_i} \frac{\partial X_{\beta}}{\partial x_j} - \delta_{ij} \right) \quad \boldsymbol{\kappa}_y = -\frac{d^2 v}{dx^2} \quad \boldsymbol{\kappa}_z = -\frac{d^2 w}{dx^2}$$

$\boldsymbol{\kappa}_y, \boldsymbol{\kappa}_z$: 各々局所座標y軸,z軸における曲率
 $\boldsymbol{\varepsilon}_0$: 軸ひずみ

ケーブルの離散化定式化



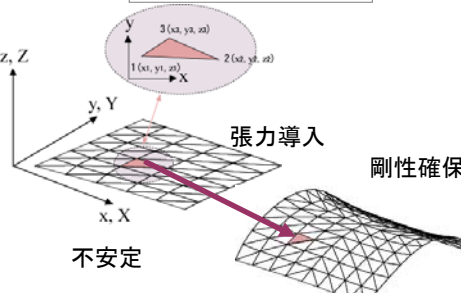
離散化平衡方程式

$$\frac{E_e A_e}{L_e} \left(\mathbf{G}^T \mathbf{X}_e \right) \left[\frac{1}{2L_e^2} \left(\mathbf{X}_e^T \mathbf{G} \mathbf{X}_e \right) + C_e \right] - \lambda \mathbf{f}_e = \mathbf{0}$$

接線剛性行列

$$\mathbf{K}_{te} = \frac{A_e}{L_e} \mathbf{G}^T \boldsymbol{\tau}_e + \frac{A_e E_e}{L_e^3} \mathbf{G}^T \mathbf{X}_e \mathbf{X}_e^T \mathbf{G}$$

膜の離散化定式化



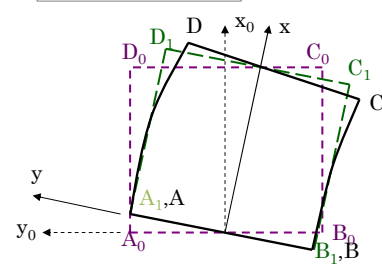
離散化平衡方程式

$$\frac{1}{4S_e} (\mathbf{Q}^T \mathbf{X}_e) \mathbf{D}_e \left[\frac{1}{8S_e^2} (\mathbf{X}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{X}_e) + C_e \right] - \lambda \mathbf{f} = \mathbf{0}$$

接線剛性行列

$$\mathbf{K}_{te} = \frac{1}{4S_e} \mathbf{Q}_e^T \boldsymbol{\tau}_e + \frac{1}{16S_e^3} (\mathbf{Q}_e^T \mathbf{X}_e) \mathbf{D}_e (\mathbf{X}_e^T \mathbf{Q}_e)$$

骨組の離散化



離散化平衡方程式

$$\mathbf{L}^T \mathbf{T}_e^T \mathbf{K}_e \mathbf{H}(\mathbf{L} \mathbf{d}) - \lambda \bar{\mathbf{f}} = \mathbf{0}$$

接線剛性行列

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{L}^T \left(\mathbf{T}_e^T \mathbf{K}_{te} \mathbf{T}_e + \mathbf{K}_{G2} \right) \mathbf{L}$$

部材要素毎に剛体変位と共に移動する移動座標系を設定

↓

剛体変位が除去される

↓

剛体変位除去法

L: 固定局所座標系と全体座標系間の座標変換行列、

T_e: 移動座標系と固定局所座標系間の座標変換行列、

K_T: 全体座標系における接線剛性行列

骨組要素と張力材要素の一体解析法

骨組要素の扱いは、以下のように考える。

対象構造物における変形前・後の全体座標 \mathbf{x} と \mathbf{X} の関係は、局所座標系要素変位ベクトル \mathbf{d} を用いることにより次式で与えられる。

$$\mathbf{L}\mathbf{x} + \mathbf{d} = \mathbf{L}\mathbf{X}$$



$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{f}}, \lambda) = \mathbf{L}^T \mathbf{T}_e^T \mathbf{K}_e \mathbf{H}(\mathbf{L}(\mathbf{X} - \mathbf{x})) - \lambda \bar{\mathbf{f}}$$

$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, \lambda)$: 構造モデルを構成する代表要素の系全体における離散化平衡方程式

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, \lambda) = \sum_{i=1}^{m1+m2} \mathbf{F}_i(\mathbf{X}_i, \mathbf{f}_i, \lambda)$$

$$\mathbf{K}_i(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{m1+m2} \mathbf{K}_{ii}(\mathbf{X}_i)$$

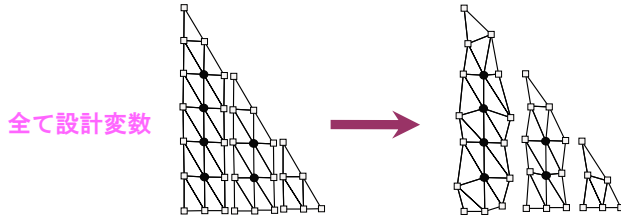
ただし、 $m1$: 張力材要素の数、 $m2$: 安定形態の位置を設定した一般構造物材(骨組)要素の数である。

従来の裁断図解析からリメッシュ法へ

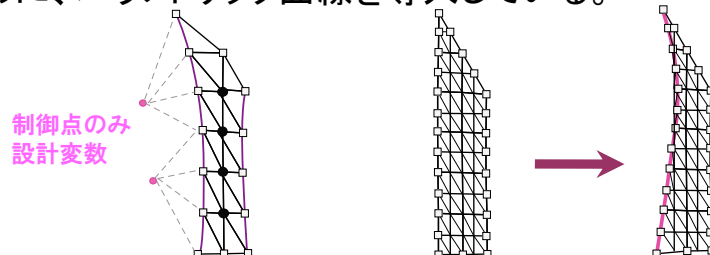
Re-mesh method in the Cutting pattern optimization.

従来の裁断図解析

- 初期裁断線上の節点を設計変数にすると滑らかな裁断線になりにくい。

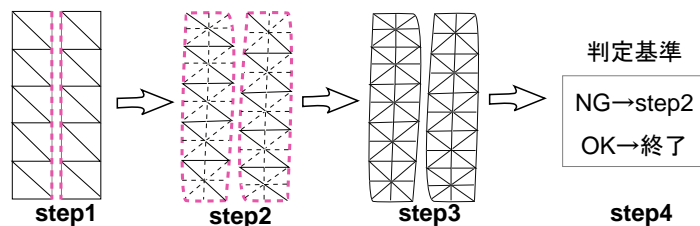


- 設計変数を低減でき、かつ滑らかな裁断線を得るために、パラメトリック曲線を導入している。



リメッシュ法

- step1 → 裁断線にスプライン曲線を用い、荒いメッシュで裁断図解析を実施する。
- step2 → 得られた最適裁断図に対し、周辺の裁断線を保持して要素を細かくリメッシュする。
- step3 → 再び裁断図解析を行う。
- step4 → 固有振動数を調べ、一定値になるまで step2-3を繰り返す。



裁断図解析モデルと結果

Cutting pattern optimization

HP(Hyperbolic paraboloid)曲面

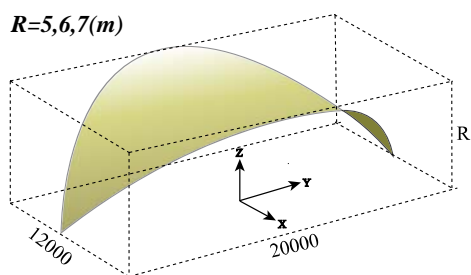


図1-a. 解析モデル (unit=mm)

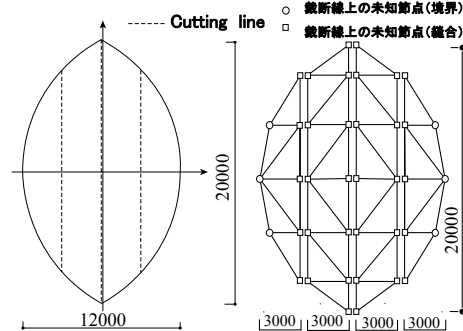


図1-b. 膜帯接続図

図1-c. 要素分割モデル(case1)

- Case1→23節点、32要素
- Case2→43節点、64要素
- Case3→77節点、128要素
- Case4→149節点、256要素

表2

膜材料定数		
膜厚	$t=0.8$ (mm)	
引張剛性	$E_x \cdot t=645.3$	$E_y \cdot t=213.8$ (N/mm)
ポアソン比	$\nu_x=0.9055$	$\nu_y=0.3000$
せん断剛性	$G_{xy} \cdot t=55.90$ (N/mm)	
単位質量	1.215×10^{-6} (kg/mm ²)	

ライズの違いによる要素分割数と解の収束状況及び固有周期の違いを把握する

最適化→形状指定問題

- ・ 想定形状での節点X,Y,Z座標と、実際に得られる釣合形状での節点X,Y,Z座標の偏差量を最小化する問題を考えた。

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f_q(\mathbf{x}_e^*) = \sum_{e=1}^n \frac{1}{2} (\mathbf{X}_e - \mathbf{X}_{e0})^T (\mathbf{X}_e - \mathbf{X}_{e0}) \\ \text{subject to} \quad & \sigma_L \leq \sigma_e \leq \sigma_U \quad (e = 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

ここで、 n :最適化対象となる総節点数、 \mathbf{X}_e :最適化対象となる全体系での節点座標値、 \mathbf{X}_{e0} :想定形状における全体系の節点座標値。

σ_L :膜応力の下限值(2N/mm)、 σ_U :膜応力の上限值(5N/mm)

- ・ 最適化手法には逐次2次計画法を用いており、最もシンプルなアルゴリズムによって解析を行っている。

解析結果①

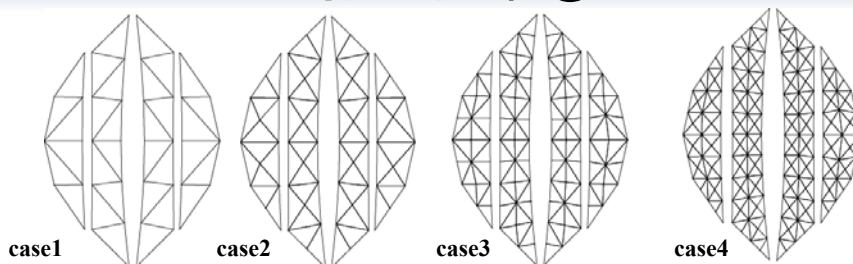


図2. リメッシュ手順による各段階の最適裁断図 (R=6m)

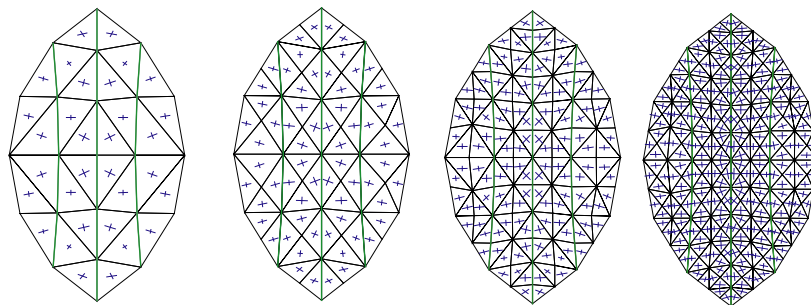


図3. 釣合状態の主応力図 (R=6m)

解析結果②

表2 リメッシュ手順と従来の解析比較

ライズ	リメッシュ手順	従来の方法	
		スプライン曲線	境界設計変数
R=5	○	×	○
R=6	○	×	△
R=7	○	×	×

○:滑らかな裁断線が得られた

△:解は得られたが、裁断線は滑らかではない

×:解析不可能

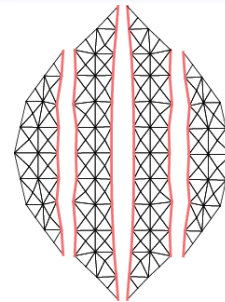


図4. 裁断線上の節点を設計変数とした最適裁断図

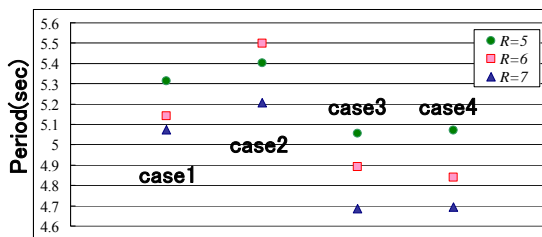


図5. リメッシュ手順による各段階の固有周期

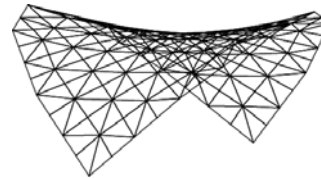


図6. 釣合形状(case4)

懸垂物を有する複合構造の動的解析への展開

Development to the Dynamic Analysis of compound structure with a mass suspended by wires.

$r=4500(\text{mm}), R=6000(\text{mm})$

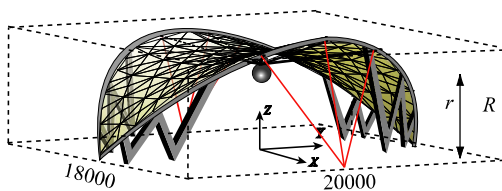


図7. 時刻歴応答解析の構造モデル(unit=mm)

表2 ケーブル材料定数

断面積	161	(mm^2)
弾性係数	140000	(N/mm^2)
単位質量	1.95×10^{-3}	(kg/mm)

表3 骨組材料定数

断面積	13450	(mm^2)
断面二次モーメント	183000000	(mm^4)
弾性係数	210000	(N/mm^2)
単位質量	1.06×10^{-2}	(kg/mm)

- 懸垂物は設備荷重を考慮して375kgの質量を設定した。
- 懸垂物を吊るすケーブルは一本当り32分割としている。
- 膜の非抗圧性材に対する剛性低下処理は1step当り5回とした。
- 地震動は兵庫県南部地震の地動加速度EW,NS,UDの3成分を入力した。
- 減衰はRayleigh減衰とし、減衰定数は2%とした。
- 解析上の時間刻みは0.002秒とする。

解析結果

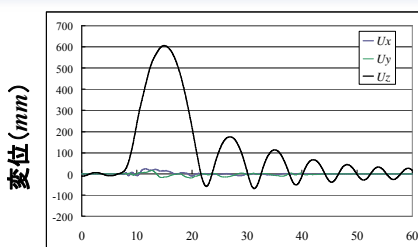


図8. 懸垂物中央点の動的応答変位

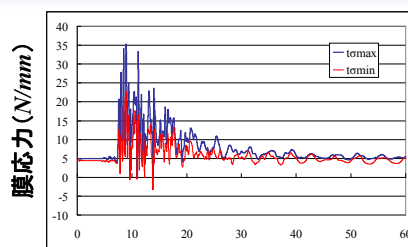


図9. 膜中央部の主応力の動的応答

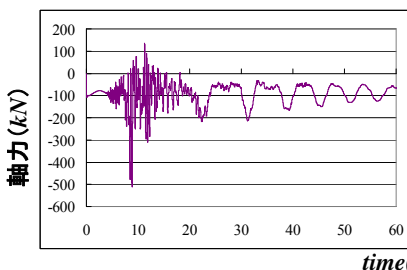


図10. 骨組代表要素の軸応力動的応答

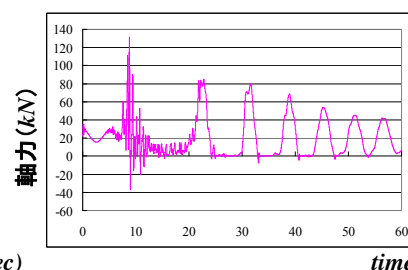


図11. 懸垂ケーブルの軸応力動的応答

まとめ①

- 梁要素との一体解析法を示し、膜材の裁断図解析と連続して複合構造の動的解析の数値例を示した。
- 裁断図解析において、提案したリメッシュ法の有効性を明らかにした。
- 複合構造の座標仮定による解析ツールを開発した。

- 懸垂ケーブルの弛緩現象の追跡を可能とした。
- 膜に圧縮力が発生した際、非抗圧性材の処理に回数制限を設けることで、計算負荷を低減できる。

まとめ②-複雑な曲面へ応用

