

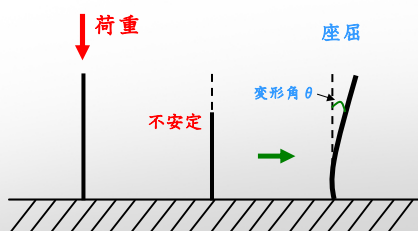
研究背景

❁ 分岐とは？

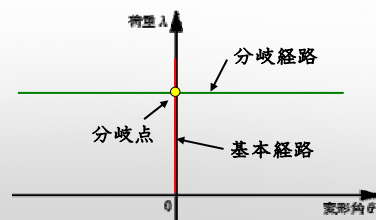
分岐とは、数値解析上で解の枝分かれが発生する現象のことである。

座屈と分岐は密接に関係する。 →分岐を把握することが重要

オイラー座屈の例

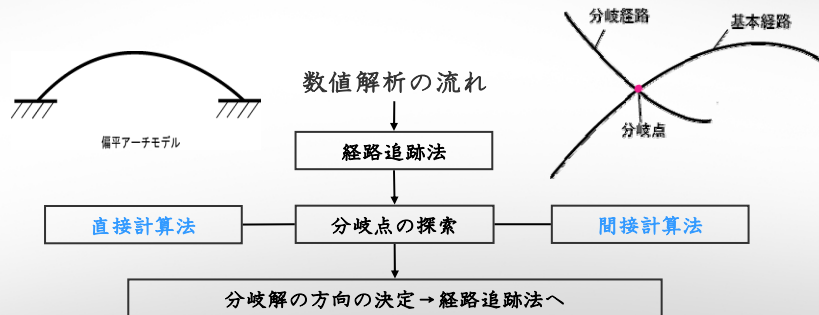


数値解析上のグラフ



研究目的

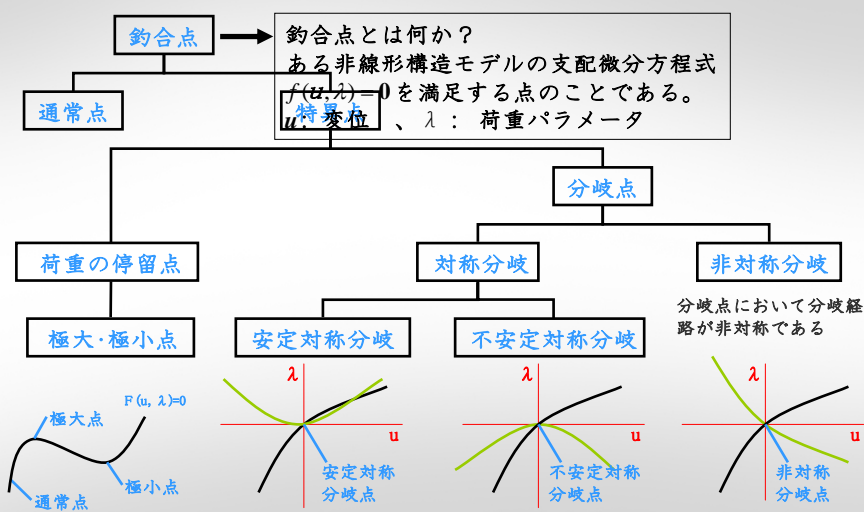
● 偏平アーチモデルを題材に、分岐点の探索方法の直接計算法と間接計算法の特性を比較する。



研究背景 経路追跡法 分岐解析法 偏平アーチの解析 解析結果 まとめ

2

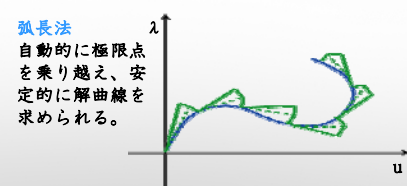
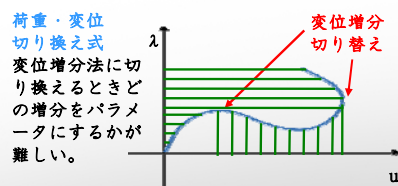
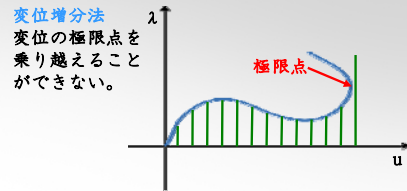
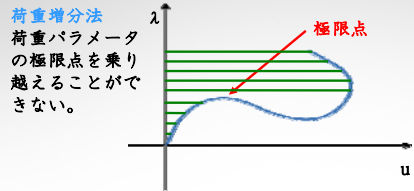
分岐点の種類



研究背景 経路追跡法 分岐解析法 偏平アーチの解析 解析結果 まとめ

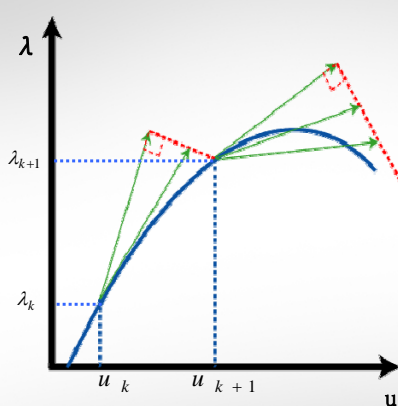
3

経路追跡法

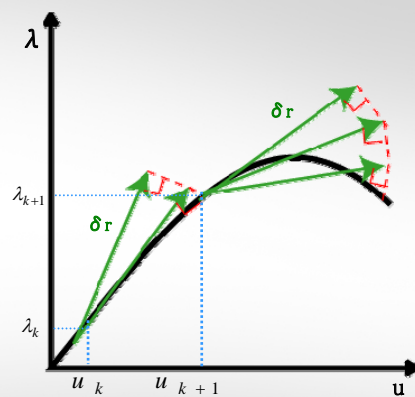


→ 本研究では、弧長法中の接線剛性を逐次更新する修正Riks/Wempner法を採用する。

接線剛性を逐次更新する修正Riks/Wempner法



修正Riks/Wempner法



接線剛性を逐次更新する修正Riks/Wempner法

非線形性の強い解曲線も追跡できる。

分岐解の方向の決定

分岐点 $\rightarrow \det |J| = 0$

分岐点では0固有値をもつ固有ベクトルが存在する。
分岐解の方向を決定する時、0固有値をもつ固有ベクトルを用いる。

→ 固有値解析は計算が煩雑で面倒である。

細野の方法

細野の方法とは、固有値解析を行わずに、Jacobi行列の小行列を用いて固有ベクトルに相当するベクトルを算出する方法である。

本研究では固有値解析は行わず、細野の方法で分岐解の方向を決定する。

分岐点直接計算法

- 分岐点直接計算法とは、分岐点が存在するように式(2)の条件式を設定してNewton-Raphson法で解き、分岐点を求める方法である。

$$F(\mathbf{u}, \lambda, \boldsymbol{\phi}) = \begin{cases} \mathbf{f}(\mathbf{u}, \lambda) \\ \mathbf{J}(\mathbf{u}, \lambda)\boldsymbol{\phi} \\ \|\boldsymbol{\phi}\| - 1 \end{cases} = 0 \quad \dots(2)$$

ベクトル $\boldsymbol{\phi}$ は固有ベクトルに相当するベクトルなので、細野の方法で導き出す。

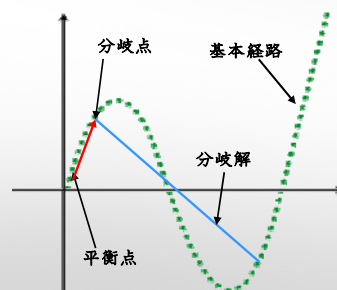
- 分岐点直接計算法の解析の流れ

経路追跡法で基本経路を追跡する

基本経路上の一つの平衡点を初期値とする。

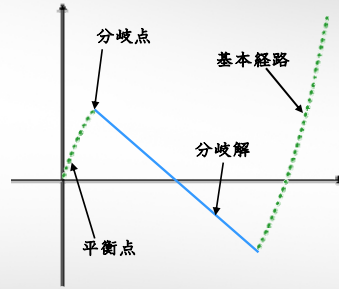
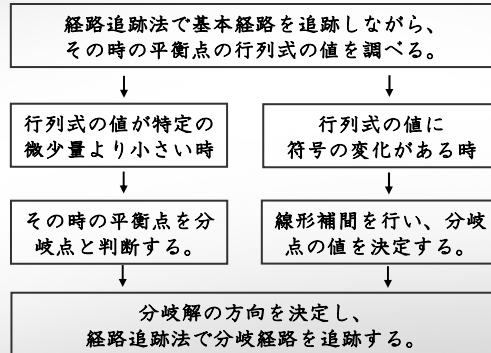
式(2)を解き分岐点を探索する。

分岐解の方向を決定し、経路追跡法で分岐経路を追跡する。



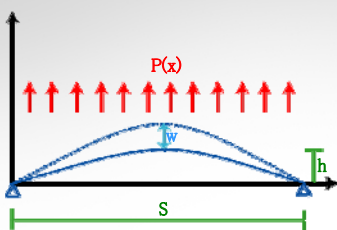
分岐点間接計算法

- 分岐点間接計算法は、特異点でJacobi行列の行列式の値が0になる性質を利用して分岐点を求める方法である。
- 間接計算法の解析の流れ



弧長幅を小さくしなければ分岐点を発見できないことがある。

偏平アーチの解析



偏平アーチの基礎方程式

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{EA}{2l} \int_0^l \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right\} dx \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + p = 0$$

無次元化するため、次のパラメータを使用する

$$\eta = -\frac{w}{\gamma}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{l}{A}}, \quad \zeta = \frac{\pi}{l} x, \quad q = \frac{p}{EI\gamma} \left(\frac{l}{\pi} \right)^4, \quad \beta = \frac{h}{\gamma}$$

無次元化された偏平アーチの基礎方程式

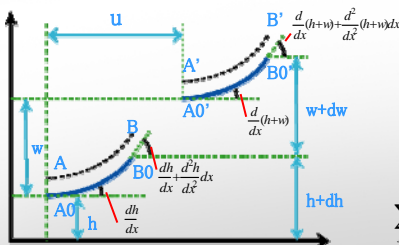
$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \zeta^4} - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \left\{ \left(\frac{\partial \eta}{\partial \zeta} \right)^2 + 2 \frac{\partial \beta}{\partial \zeta} \frac{\partial \eta}{\partial \zeta} \right\} d\zeta \left(\frac{\partial^2 \beta}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \zeta^2} \right) - q = 0$$

初期形状を β 、未知変位を η 、外力を q と置く

$$\beta = \alpha \sin \zeta, \quad \eta = \sum_{j=1}^n w_j \sin(j\zeta), \quad q = \tau \sin \zeta$$

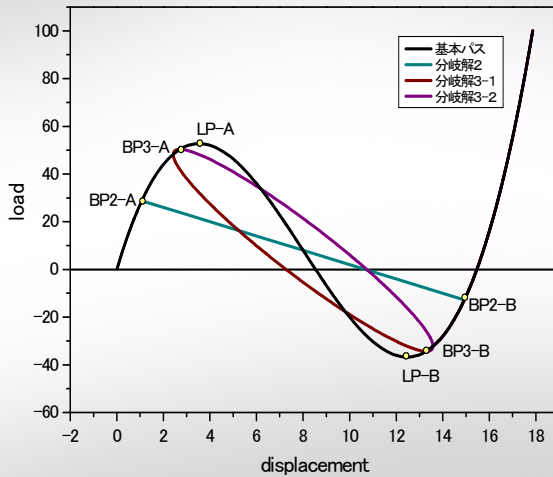
荷重-変位関係式

$$\sum_{j=1}^n j^4 w_j \delta_{ij} + \frac{1}{4} \left\{ \sum_{j=1}^n j^2 w_j^2 - 2\alpha w_1 \right\} \left\{ -\alpha \delta_{ij} + \sum_{j=1}^n j^2 w_j^2 \delta_{ij} \right\} = \tau \delta_{ij}$$



荷重 - 変位曲線

アーチの初期形状は $h(x)=8.0\sin(x)$ とする。



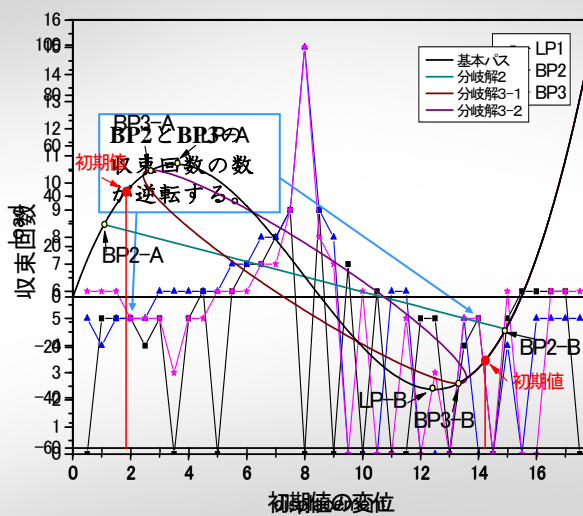
直接計算法

	disp.	load
LP-A	3.5279	52.7214
LP-B	12.4721	-36.7214
BP2-A	1.0718	28.7846
BP2-B	14.9282	-12.7846
BP3-A	2.7085	50.3320
BP3-B	13.2915	-34.3320

間接計算法

	disp.	load
LP-A	3.5272	52.7190
LP-B	12.4733	-36.7169
BP2-A	1.0718	28.7846
BP2-B	14.9282	-12.7847
BP3-A	2.7085	50.3322
BP3-B	13.2915	-34.3321

直接計算法による初期値の変位と収束回数との関係



・収束回数が0回は収束しなかったことを表す。

初期値の変位が0～8の時は
LP-A, BP2-A, BP3-Aに収束した。

初期値の変位が8～の時は
LP-B, BP2-B, BP3-Bに収束した。

✓分岐点と初期値との距離が近い方に収束し、収束が速くなる。

✓初期値の値によっては収束しない。

直接計算法

- 分岐点近傍を初期値とすると収束が速い。
- 初期値の値によっては収束しない。

→ 基本経路を追う過程で弧長幅を大きくし、初期値を分岐点近傍に決定すると効率よく分岐点が求まる。

間接計算法

- 弧長幅を小さくすれば、安定的に分岐点を求まる。
- 弧長幅が小さいので基本経路を追う過程で時間がかかる。

→ 弧長法の弧長幅を小さくすれば時間はかかるが、安定的に分岐点を求められる。

- 本研究では偏平アーチの分岐問題を対象に弧長法で解を追跡し、直接計算法と間接計算法の特性を示すことができた。

今後、他の非線形構造モデルでも本手法を適用し、比較検討を行う。

End