

# 非線形構造モデルの数値解析技法

*Technique of Numerical Procedure for Nonlinear Structural Models*

鹿児島大学  
大岡 晃子

## 研究目的

構造モデルの力学挙動・安定性→静的・動的解析

### 静的解析

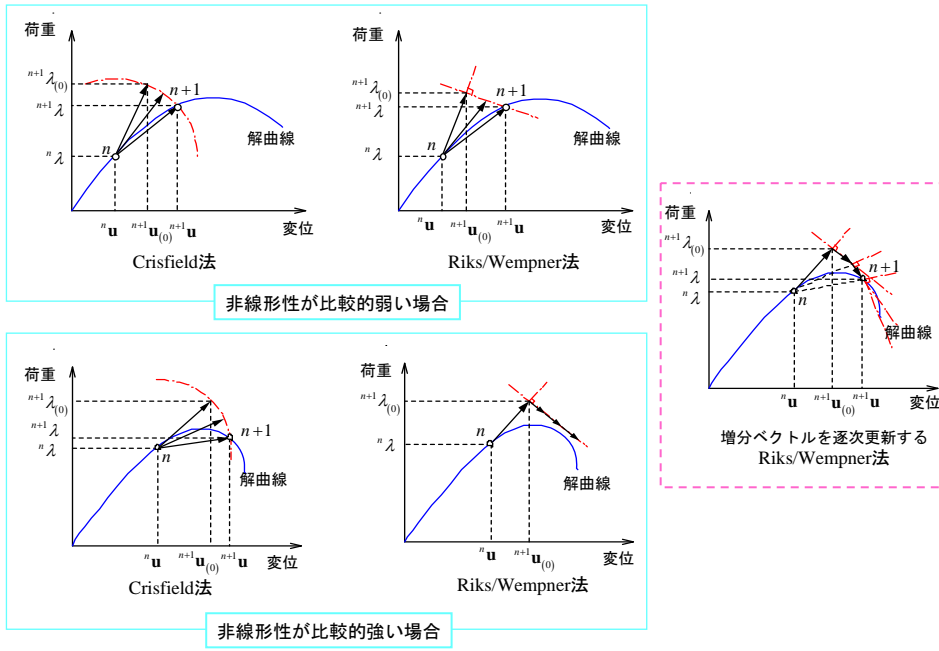
微分方程式の境界値問題として記述される方程式  
↓  
一つのパラメータに支配される多元連立非線形方程式  
↓  
弧長法

### 動的解析

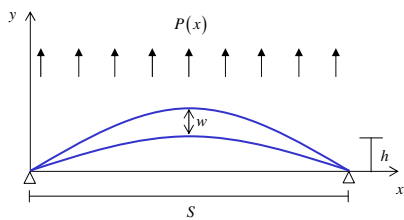
微分方程式の初期値問題として記述される方程式  
↓  
ニューマーク法による直接時間積分法

各種技法の数値実験 → 数値計算法の特徴・適用性

### 弧長法の各解法の比較



### 数値実験(弧長法の性能)



$P(x)$ : 荷重  
 $h$ : ライズ  
 $S$ : スパン  
 $w$ : 中央面のy方向変位

$\alpha$ : 偏平係数  
 $r$ : 弧長幅

偏平アーチ  
 (総未知自由度:4)

表1 計算所要時間

$\alpha$	$r$	Crisfield法	Riks/Wempner法	増分ベクトルを逐次更新する Riks/Wempner法
6	0.1	0.22	0.20	0.20
7	0.1	0.24	0.21	0.22
8	0.1	0.22	0.20	0.22
9	0.1	0.23	0.20	0.21
10	0.1	0.23	0.21	0.22
8	0.1	0.22	0.22	0.21
8	0.2	0.22	0.21	0.21
8	0.2	0.23	0.22	0.22
平均		0.22625	0.20875	0.21375

注: x86 Family 6 Model 8 Stepping 6 Genuine Intel™ 698MHzに基づく計測

表2 基本経路追跡可能最大弧長幅

$\alpha$	Crisfield法	Riks/Wempner法	増分ベクトルを逐次更新する Riks/Wempner法
6	0.45	0.30	0.50
8	0.30	0.20	0.50
10	0.20	0.15	0.50

### 分岐解析技法

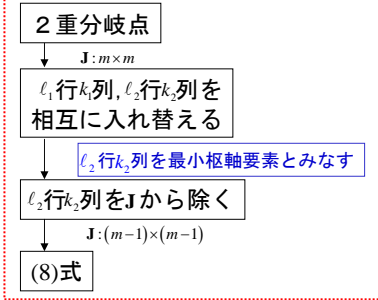
分岐点の探索 → 完全枢軸選択Gaussの消去法  
 分岐の方向 → 擬似固有ベクトルの方法(細野の方法)

$$\Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta \bar{x} \end{bmatrix} = C_1 \begin{bmatrix} 1 \\ -[\mathbf{J}]^{-1} \{ \mathbf{J}_{1-(1-i)k_1}^{(1+i)-m} \} \end{bmatrix} \quad (8)$$

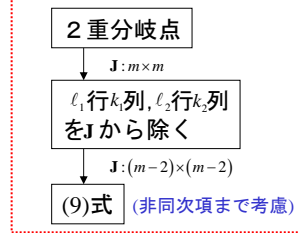
$$\{\Delta \mathbf{x}\} = C_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -[\mathbf{J}]^{-1} \{ \mathbf{J}_{1-(1-i)k_1}^{(1+i)-m} \} \end{bmatrix} + C_4 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -[\mathbf{J}]^{-1} \{ \mathbf{J}_{1-(1-i)k_2}^{(1+i)-m} \} \end{bmatrix} + C_5 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [\mathbf{J}]^{-1} \{ \mathbf{0} \} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\mathbf{J}$ : Jacobi行列

#### 簡易的な方法 I



#### 簡易的な方法 II



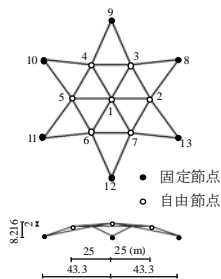
$\ell_1$  行  $k_1$  列: 最小枢軸要素

$\ell_2$  行  $k_2$  列: 2 番目に小さい枢軸要素

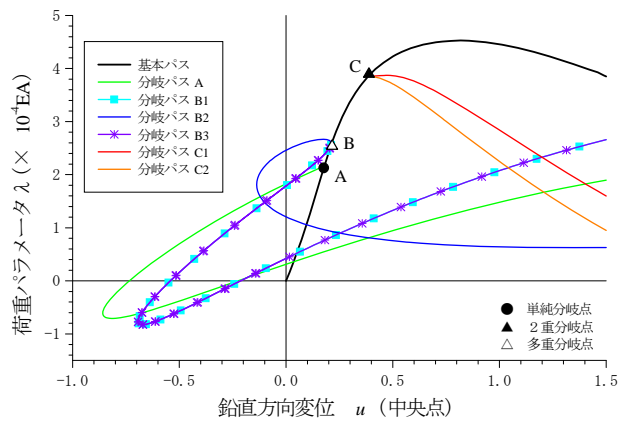
### 数値実験(ドーム構造モデルの解析例1)

荷重モード

Joint	荷重パラメータ
1	1.0
2	2.0
3	2.0
4	2.0
5	2.0
6	2.0
7	2.0

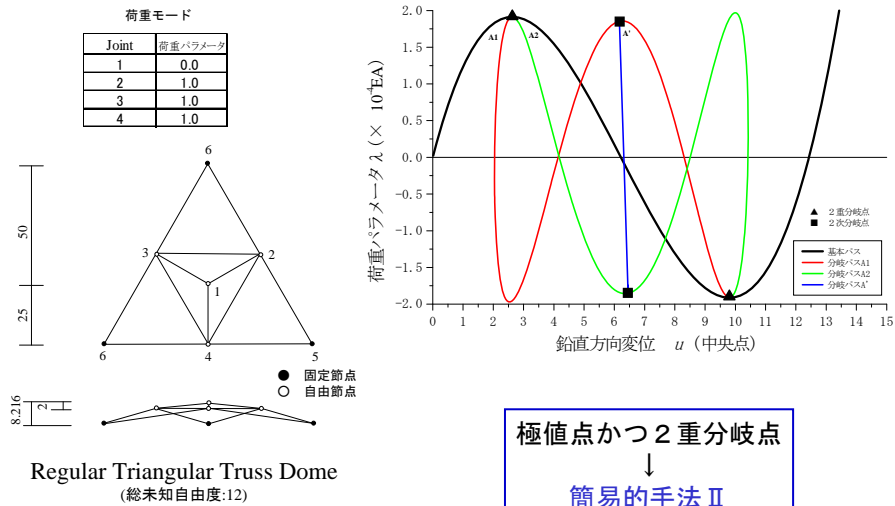


Regular Hexagonal Truss Dome  
(総未知自由度:21)



2 重分岐点  
↓  
簡易的手法 I

### 数値実験(ドーム構造モデルの解析例3)



### 動的解析

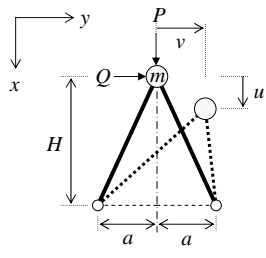
変形が大きくなる場合  
座屈後の構造挙動を追跡 } → 非線形性を考慮した数値解析

#### 連立非線形方程式のニューマーク法による計算

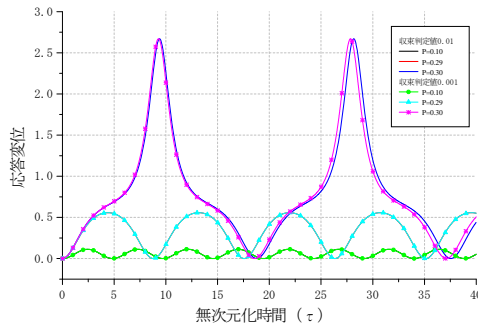
1. 予測子 平衡状態の第一近似解
2. 修正子 第一近似解より得られた状態を初期値とする  
Newton-Raphson法による収束計算

従来の簡易的手法 → 同一計算時間ステップ内ではJacobi行列を一定  
本手法(厳密な手法) → 修正量の計算毎にJacobi行列を修正

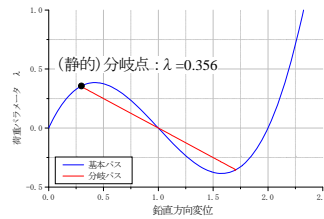
### 数値実験(2部材トラスモデル)



Model  
2部材山型トラス  
(総未知自由度:2)

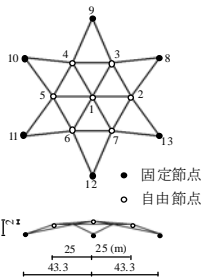


簡易の手順 収束判定値が厳しいとき  
→ 収束しなくなる  
収束判定値が甘いとき  
→ 解曲線のズレ  
→ 追跡できない場合もある  
収束判定値( $1.0 \times 10^{-6}$ )  
収束回数は簡易の手順では厳密な  
手順の1.5~2倍かかる

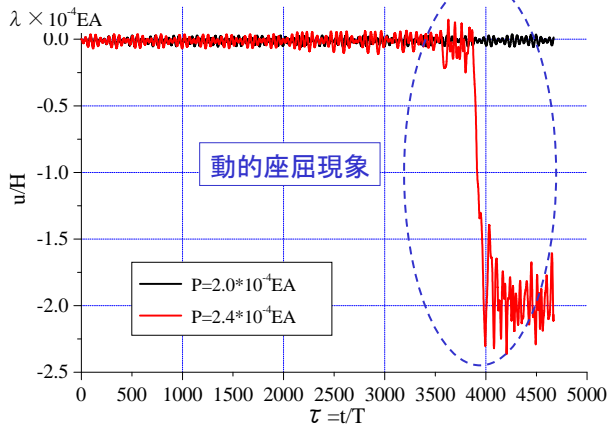
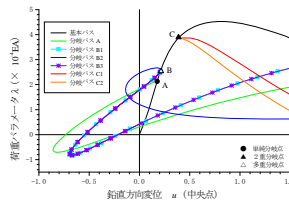


非線形性が強い場合  
→ 厳密な手順は有効

### 数値実験(ドーム構造モデルの解析例)



Hexagonal Truss Dome



## まとめ

1. **弧長法**では増分ベクトルを逐次更新するRiks/Wempner法の有効性を示すことができた。
2. **分岐解析技法**では疑似固有ベクトルを用いた簡易的な手法でも、数值的に複雑な分岐解析も可能であることを示すことができた。
3. **動的解析**では非線形性が強く現れる問題で厳密な定式化が得られ、数値例を示すことができた。

## 発表の流れ

### 静的解析

#### 基本経路の追跡

1. 弧長法の各解法の比較
2. 数値実験(弧長法の性能)

#### 分岐経路の追跡

1. 分岐解析技法
2. 数値実験(ドーム構造モデルの解析)

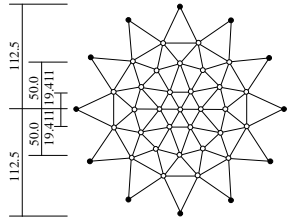
### 動的解析

1. ニューマーク法
2. 数値実験(2部材トラス・立体トラス)

## 数値実験(ドーム構造モデルの解析例2)

荷重モード

Joint	荷重パラメータ
中央点	1.0
その他の自由節点	2.0

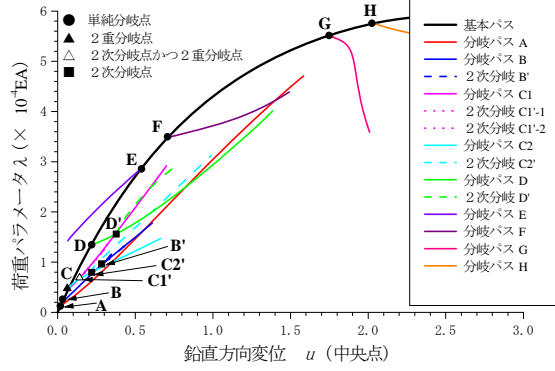


$z_1=34.707$   
 $z_2=20.543$   
 $z_3=8.216$   
 $z_4=2.000$



● 固定節点  
 ○ 自由節点

**Model-D**  
**Spherical Diamond Truss Dome**  
 (総未知自由度:93)



**2重分岐点**  
 ↓  
**簡易的手法 I**